

## TEMA 1: PLANIFICACIÓN Y GESTIÓN DE PROYECTOS EJERCICIOS RESUELTOS PERT

### PERT

Los pasos para ejecutar la técnica PERT son los siguientes:

**Paso 1.** Obtener la siguiente información del proyecto: Actividades (codificadas), actividades precedentes y los tres tiempos (duraciones) de cada actividad:

- $a$  = duración optimista.
- $m$  = duración más probable.
- $b$  = duración pesimista.

Todas las duraciones en una sola escala temporal. Ejemplo: días.

**Paso 2.** Calcular la duración esperada de cada actividad y su varianza, usando la estimación de la distribución beta:

$$\bar{t} = \frac{a + 4m + b}{6}; \sigma^2 = \left(\frac{b - a}{6}\right)^2$$

**Paso 3.** Con la duración esperada asociada a cada actividad, ejecutar el CPM.

**Paso 4.** Responder las preguntas sobre probabilidad de finalización del proyecto para cierta duración ó la duración de un proyecto para una probabilidad dada. Para hallar tales probabilidades puede usarse la estandarización siguiente:

$$Pr\{T \leq TP_y\} = Pr\left\{z \leq \frac{TS - TP_y}{\sqrt{\sum \sigma^2_{RC}}}\right\}$$

Sea:

$T$  = variable T, duración del proyecto.

$TS$  = duración solicitada para terminar el proyecto.

$TP_y$  = duración estimada del proyecto tras ejecutar el paso 3.

$z$  = variable z normalizada de la distribución normal, con media y varianza (0, 1).

$\sigma^2_{RC}$  = varianza de una actividad considerada crítica

La probabilidad puede encontrarse usando una tabla normal estandarizada ó alguna otra función de calculadoras ú hoja electrónica.

Ejercicio: El banco BISA debe reubicar sus oficinas hacia nuevas instalaciones en la zona norte con el objetivo de brindar una atención especializada a sus clientes, el director debe preparar un informe detallado de las labores y el tiempo de cada uno para el traslado, incluyendo rutas críticas y estimaciones de tiempos. El director ha desarrollado el proyecto con 11 actividades que se presentan en el Cuadro 1

**Cuadro 1: Detalle de actividades para el ejercicio (duraciones en días)**

Actividad	Detalle	Precedente	$a$	$m$	$b$
A	Seleccionar tipo de oficinas	-	1	3	5
B	Crear plan organizacional	-	3	4,5	9
C	Determinar personal	B	2	3	4
D	Diseñar las instalaciones	A, C	2	4	6
E	Construir los interiores	D	4	7	16
F	Seleccionar personal	C	1	1,5	5
G	Contratar nuevos empleados	F	2,5	3,5	7,5
H	Traslado de archivos y material	F	1	2	3
I	Hacer arreglos financieros	B	4	5	6
J	Capacitar nuevo personal	H, E, G	1,5	3	4,5

Tras obtener los datos en el paso 1 comenzamos a calcular las duraciones esperadas y sus varianzas para el paso 2:

**Cuadro 2: Duración esperada y varianza**

Actividad	Precedente	a	m	b	$\bar{t}$	$\sigma^2$
A	-	1	3	5	3	0,444
B	-	3	4,5	9	5	1
C	B	2	3	4	3	0,111
D	A, C	2	4	6	4	0,444
E	D	4	7	16	8	4
F	C	1	1,5	5	2	0,444
G	F	2,5	3,5	7,5	4	0,694
H	F	1	2	3	2	0,111
I	B	4	5	6	5	0,111
J	H, E, G	1,5	3	4,5	3	0,25

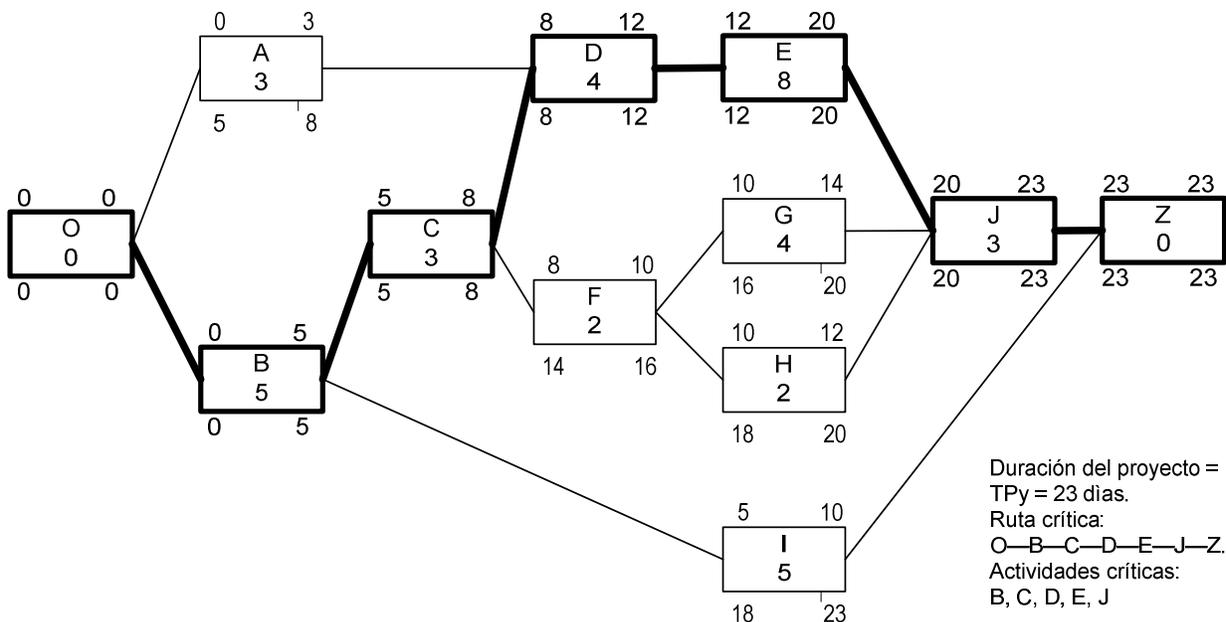
Ejemplo de la aplicación:

$$\bar{t}_B = \frac{3 + 4(4,5) + 9}{6} = 5$$

$$\sigma^2_B = \left(\frac{9 - 3}{6}\right)^2 = 1$$

Paso 3. Con la duración esperada ejecutamos el CPM, para darle un inicio y un final nos apoyamos en dos actividades ficticias O y Z con duración de cero. La red del proyecto sería el siguiente:

**Cuadro 3: Red del proyecto y resultados**



En este caso tenemos una ruta crítica compuesta por 5 actividades críticas reales, la suma de las varianzas de esta ruta es:

$$\sum \sigma^2_{RC} = 1 + 0,111 + 0,444 + 4 + 0,25 = 5,805$$

Para el paso 4, suponemos una serie de preguntas de probabilidad sobre este proyecto:

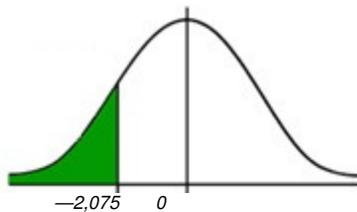
a) *Cuál será la probabilidad de terminar el proyecto hasta 18 días?*

Para resolver la pregunta usaremos la estandarización de la duración del proyecto para encontrar la variable normalizada  $z$  y así emplear la tabla (u otro método) para hallar la probabilidad en la distribución normal. En nuestro caso  $TS = 18$  días,  $TPy = 23$  días.

$$Pr\{T \leq 23\} = Pr\left\{z \leq \frac{18 - 23}{\sqrt{5,805}}\right\} = Pr\{z \leq -2,075\}$$

El cálculo ahora se reduce a encontrar la probabilidad (área de la curva normal) a la derecha del punto  $z$ .

**Cuadro 4: Probabilidad en tabla normal**



Según la tabla, un valor aproximado para  $-2,075$  es  $-2,07$  con un valor de  $0,0192$  ó **1,92%**.

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233

En el Microsoft Excel 2007 puede hacerse uso de la función **=DISTR.NORM.ESTAND(celda)**, donde se encuentra el valor de la probabilidad con una gran exactitud, puede comprobarse que la probabilidad es del **1,90%**, truncado a 2 decimales.

b) *Cuál será la probabilidad de terminar el proyecto hasta 25 días?*

Realizamos el cálculo:

$$Pr\{T \leq 25\} = Pr\left\{z \leq \frac{25 - 23}{\sqrt{5,805}}\right\} = Pr\{z \leq +0,83\}$$

En tablas, la probabilidad es de **79,67%**.

c) *Cuál será la duración del proyecto para una probabilidad de finalización del 95%?*

Para que la probabilidad del proyecto sea del 95% podemos usar un  $z$  aproximado de 1,65; para este punto en la curva le corresponde un  $TS$  asociado de manera que:

$$Pr\{T \leq TS\} = Pr\left\{z \leq \frac{TS - 23}{\sqrt{5,805}}\right\} = Pr\{z \leq +1,65\} = 0,95$$

Entonces:  $\frac{TS-23}{\sqrt{5,805}} = 1,65$

Despejando  $TS$  tenemos un valor de **26,97 días**.